

ANALISE DA CAPACIDADE DE ENCRUAMENTO EM CHAPAS  
AIRAVÉS DO ENSAIO DE TRAÇÃO

**REVISTA MÁQUINAS E METAIS**  
27, 328, MAIO 1993, p. 64-71

Antonio Augusto Gorni (1)

Osvaldo L.G. Branchini (2)

**RESUMO**

O coeficiente de encravamento  $n$ , determinado a partir dos ensaios de tração de corpos de prova retirados de chapas metálicas, permite uma avaliação preliminar de sua conformabilidade. É descrito neste trabalho um programa para microcomputador que, a partir dos resultados obtidos no ensaio de tração, permite caracterizar a evolução do encravamento do material.

---

(1) Engenheiro de Materiais, Mestre em Engenharia, Divisão de Pesquisa e Tecnologia da Companhia Siderúrgica Paulista - COSIPA. Professor-Assistente do Departamento de Metalurgia da Faculdade de Engenharia Industrial - F.E.I.

(2) Engenheiro Metalurgista, Divisão de Metalurgia e Qualidade da Companhia Siderúrgica Paulista - COSIPA. Professor da Escola SENAI - Santos.

## - INTRODUÇÃO

A estampabilidade de chapas metálicas pode ser medida através de ensaios específicos, os quais apresentam diferentes custos e graus de dificuldade para sua execução. Entre os mais comuns pode-se citar os ensaios de embutimento Erichsen e Swift, bem como o levantamento de Curvas Limite de Conformação pelo ensaio Marciniaak.

Contudo, uma vez que o controle de qualidade preliminar das chapas sempre inclui ensaios rotineiros de tração, pode ser interessante analisar mais detalhadamente os dados obtidos nesta oportunidade para se estimar, ainda que não plenamente, a conformabilidade do material [1].

O ensaio de tração permite determinar dois importantes parâmetros para se avaliar a conformabilidade de chapas. O primeiro deles é o coeficiente de anisotropia  $r$  de Lankford, que é a razão entre a resistência à redução da espessura e a resistência à deformação na direção do plano da chapa. Ele permite avaliar a capacidade da chapa em se comportar de maneira satisfatória durante as operações de estampagem. O ideal é que o valor de  $r$  seja medido a partir de ensaios de tração com corpos de prova extraídos em vários ângulos em relação à direção de laminacão da chapa – por exemplo:  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $90^\circ$  – para se obter um valor médio para o material. Sua determinação pode ser feita de acordo com a norma ASTM E-517.

O outro parâmetro que pode ser obtido é o coeficiente de encruamento  $n$ , o qual indica a capacidade do material endurecer durante a deformação. Ele permite avaliar o grau de conformabilidade da chapa durante a operação de estiramento. Um material que apresenta alto valor de  $n$  endurece rapidamente com a deformação, distribuindo de maneira mais

uniforme a deformação por toda a chapa, retardando o aparecimento de deformações localizadas, ou seja, estricção. Em outras palavras: ocorre aumento do grau de deformação uniforme que a chapa pode suportar. A norma ASTM E-646 apresenta um método para a determinação do coeficiente de encruamento  $n$ .

A determinação desse parâmetro é bastante útil para se caracterizar a conformabilidade de chapas de aço em geral e, em particular, para aços bifásicos. Este tipo de material possui microestrutura peculiar, denominada bifásica, constituída de matriz de ferrita poligonal com 10 a 20% de martensita, e se caracteriza por apresentar altos valores coeficientes de encruamento - entre 0,2 e 0,3 - em função da interação entre os microconstituintes da estrutura durante a deformação [23].

Para se efetuar a análise dos ensaios de tração descrita na literatura [23] foi desenvolvido um programa para se determinar a evolução do encruamento do material ao longo do ensaio. A partir da curva tensão versus deformação fornecida pelo ensaio de tração este programa determina ainda o ajuste dos dados com diversos modelos teóricos, os quais serão detalhadamente descritos a seguir. Apesar de ele ter sido desenvolvido inicialmente para a análise dos ensaios de tração de aços bifásicos, ele é perfeitamente aplicável para a determinação da evolução do encruamento de qualquer tipo de material submetido ao ensaio de tração.

- MÉTODOS PARA A ANÁLISE DO ENSAIO DE TRAÇÃO

• Modelo de Hollomon - Cálculo de  $n$

Foi visto anteriormente que quanto maior for o coeficiente de encruamento  $n$ , maior será o alongamento uniforme do material, ou seja, o grau com que ele se deforma sem que ocorra estricção. Logo, a determinação do alongamento uniforme do material pode ser uma forma de se denotar o grau de encruamento que ele sofre no ensaio de tração.

Uma das alternativas consagradas para se analisar os dados do ensaio de tração e determinar o alongamento uniforme do material é aplicar o modelo de *Hollomon* aos dados da curva tensão versus deformação, de acordo com a equação:

$$\sigma = K \varepsilon^n \quad (1)$$

onde  $\sigma$  é a tensão verdadeira,  $\varepsilon$  a deformação verdadeira, e  $K$  e  $n$  são constantes [1].

De acordo com o critério de *Considère*, o alongamento uniforme do material durante o ensaio de tração ocorre quando

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \sigma \quad (2)$$

Ou seja, graficamente, o alongamento uniforme é determinado pela intersecção das curvas tensão verdadeira versus deformação verdadeira e taxa de encruamento versus deformação verdadeira, conforme pode ser observado na figura 1.

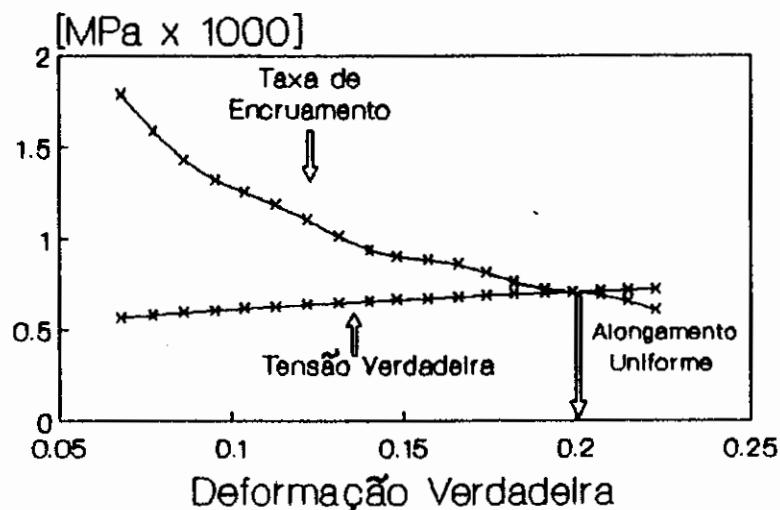


Figura 1: Determinação gráfica do alongamento uniforme através do critério de Considère, ou seja, pela intersecção das curvas tensão real versus deformação real e taxa de encruamento versus deformação real.

→ Pode-se provar matematicamente que o alongamento uniforme do material, expresso em termos da deformação verdadeira, será igual à constante  $n$  após o ajuste dos dados experimentais do ensaio de tração pela equação de Hollomon. Essa constante é o chamado coeficiente de encruamento  $n$ , que é um dos parâmetros usados para se caracterizar a con-

formabilidade do material.

• Modelo de Ludwik

Nem sempre, contudo, as curvas deformação versus tensão reais se ajustam perfeitamente à equação de Hollomon. Neste caso há a opção de se utilizar a equação geral de *Ludwik* para o ajuste:

$$\sigma = \sigma_0 + K \varepsilon^{n'} \quad (3)$$

onde  $\sigma_0$ ,  $K$  e  $n'$  são constantes. O parâmetro  $\sigma_0$  leva em conta a influência do limite de escoamento na evolução da curva de tração. Já a constante  $n'$  denota o grau de encruamento, mas não mais o alongamento uniforme, como no caso da equação de Hollomon [3]. Aliás, note-se que esta é um caso particular da equação de *Ludwik*, para  $\sigma_0 = 0$ .

• Análise de Jaoult-Croussard

Outra opção muito útil para o estudo do encruamento ao longo do ensaio de tração é o modelo de *Jaoult-Croussard* [4,5], que consiste na representação gráfica log-log da taxa de encruamento versus deforma-

ção verdadeira. O gráfico formado poderá apresentar várias retas, com diferentes declividades entre si, ao longo da deformação aplicada. A localização dessas retas permite discriminar os diversos mecanismos de encruamento no decorrer do ensaio de tração, o que pode auxiliar na identificação dos mecanismos por trás do fenômeno.

#### • Outros Modelos

A evolução do encruamento pode ser determinada através de fórmulas alternativas para o cálculo desse parâmetro, as quais podem se mostrar mais adequadas para o estudo de casos específicos. Algumas delas estão listadas abaixo:

$$\cdot \frac{d\Gamma}{d\varepsilon} \quad (4)$$

$$\cdot \frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{d\varepsilon} \quad (5)$$

$$\frac{\dot{\epsilon}}{(\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}_{\text{esc}})} = \frac{d\sigma}{d\epsilon} \quad (6)$$

A equação (4) nada mais é do que a taxa de encruamento do material. Já a equação (5) é a equação rearranjada do critério de Considére que define o alongamento uniforme; ela se caracteriza por apresentar resultado igual a um quando a deformação aplicada no ensaio atingir valor igual ao alongamento uniforme do material. A equação (6) é a chamada taxa de encruamento diferencial; neste caso,  $\dot{\epsilon}_{\text{esc}}$  é o limite de escoamento do material [6].

#### - DESCRIÇÃO DO PROGRAMA

O programa, desenvolvido para uso em microcomputadores da linha *Apple II+*, é composto de quatro módulos:

- (1) Entrada de Dados;
- (2) Amortização dos Dados;
- (3) Ajuste a Modelos Teóricos;
- (4) Cálculo da Evolução do Encruamento.

Uma vez que a memória do equipamento utilizado é insuficiente para acomodar os quatro módulos ao mesmo tempo eles são chamados, um

a cada vez, por um programa coordenador. A comunicação de dados entre eles é feita através de um arquivo temporário em disquete. Logo, durante toda a execução do programa, é necessário que um disquete contendo todos os módulos esteja presente no acionador de disquetes do computador.

Ao se iniciar a execução do programa o módulo coordenador é chamado e fica aguardando a opção do usuário. Obviamente, o primeiro passo é fornecer os dados necessários para a análise.

#### • Entrada de Dados

Os dados necessários ao programa devem ser provenientes de uma curva alongamento versus carga obtida através do ensaio de tração e registrada em carta. O alongamento do corpo de prova deverá ser medido através de um extensômetro a ele acoplado. O corpo de prova deve ter sido marcado previamente com duas marcas equidistantes do centro, dentro de seu comprimento útil, conforme estabelecido na norma ASTM E-646.

Inicialmente devem ser fornecidos os seguintes dados:

- Área transversal da parte útil do corpo de prova (mm<sup>2</sup>);
- Distância entre as marcas do corpo de prova (mm);
- Velocidade das garras da máquina de tração (mm/min);
- Fator de amplificação do extensômetro;
- Alongamento elástico medido na carta (mm);
- Fator de amplificação da célula de carga (MPa/mm).

O fator de amplificação do extensômetro estabelece uma relação entre o alongamento do corpo de prova e o da carta. Por sua vez, o fator de amplificação da célula de carga relaciona a carga medida com o deslocamento da pena na carta.

A seguir, devem ser fornecidos os dados relativos à curva alongamento versus carga. De acordo com a norma ASTM E-646, devem ser obtidos pelo menos cinco pares de pontos ao longo da curva de tração obtida. Uma vez que se dispõe dos valores de amplificação do extensômetro e da célula de carga, os dados a serem fornecidos ao programa deverão ser os valores medidos na carta com, por exemplo, uma régua, e fornecidos em milímetros. O programa converterá automaticamente esses dados obtidos graficamente em valores de alongamento e carga usando os fatores fornecidos. O mesmo vale para o parâmetro Alongamento Elástico, que deve ter sido fornecido ao programa no início da entrada de dados. Este esquema evita a conversão manual dos dados do gráfico em valores de alongamento e carga, que pode ser cansativa.

Os dados fornecidos podem ser gravados em disquete para uso em análises futuras. O programa também dispõe de opções para correção e eliminação de pares de dados. Um arquivo de dados já existente para um dado ensaio pode ser complementado com novas medidas a partir do teclado ou arquivo em disquete. Contudo, após a complementação, deve ser feita obrigatoriamente a ordenação dos pares de dados alongamento-carga, chamando-se a opção correspondente no menu do programa.

Após a entrada os dados originais podem ser listados na tela, impressos ou salvos em disquete.

Ao se iniciar a análise dos dados são calculadas a deformação e tensão reais, bem como a taxa de encruamento  $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$  E73, ao

longo de toda a curva de tração. Se por algum motivo não for localizado um ponto máximo nesta curva o programa gerará uma mensagem de alerta, indicando que não foi coberta toda a faixa de alongamentos de interesse.

Após o cálculo desses parâmetros ocorre seu armazenamento num arquivo temporário para uso pelos demais módulos e o controle volta ao módulo coordenador.

#### • Amortização dos Dados

Uma vez obtidos os dados da curva de tração é possível amortizá-los, ou seja, filtrá-los de forma a eliminar erros e ruídos que possam ter afetado as medidas. A norma ASTM E-646 sugere a aplicação de técnicas de amortização na análise de curvas de tração com patamar de escoamento, como as que são obtidas para aço de baixo carbono. Quando a curva de tração se mostra contínua a amortização é opcional.

A rotina de amortização simula um filtro passa-baixo através da *Transformada Rápida de Fourier* (T.R.F.). O grau correto de amortização muda de caso para caso, e o programa permite que ele seja variado de forma iterativa até que se atinja um grau ideal de amortização. Ele é conseguido quando se consegue eliminar totalmente os erros sem afetar a informação real proporcionada pela curva de tração.

Ao final de cada iteração é gerado um gráfico comparativo com os dados originais e amortizados de pares deformação real-taxa de encruamento para auxiliar o usuário a verificar se o grau de amortização empregado foi correto ou não. A taxa de encruamento foi eleita como var-

riável a ser plotada por ser particularmente sensível a erros e flutuações durante a coleta de dados. O gráfico pode ser impresso, conforme mostra a figura 2. É possível também examinar detalhes do gráfico.

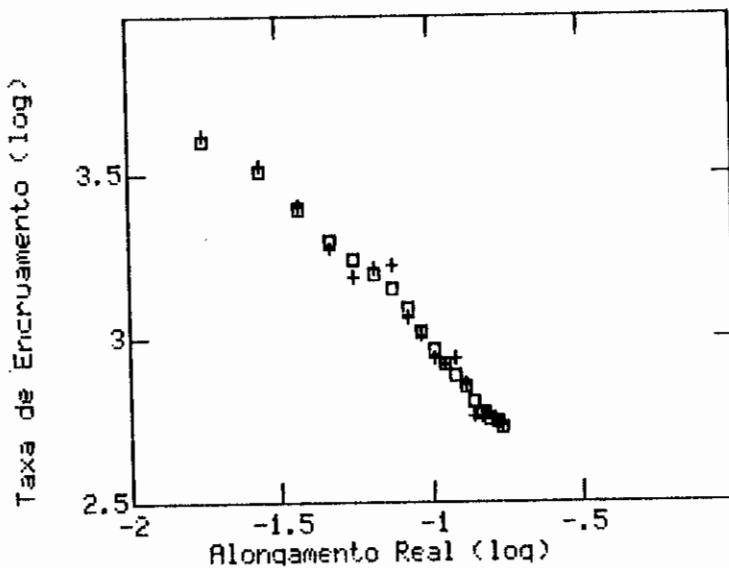


Figura 2: Comparação entre dados originais e amortizados de taxa de encruamento versus deformação real para um aço de baixo carbono.

É interessante frisar que máquinas de tração computadorizadas também utilizam rotinas de amortização para tratar previamente os dados obtidos no ensaio [8].

Uma vez obtido o grau ideal de amortização os dados tratados são gravados em lugar dos originais no arquivo temporário, para uso pelos demais módulos. O controle volta ao módulo coordenador.

Após este passo pode ser iniciada a análise do ensaio de tração propriamente dita, seja pelo ajuste a modelos teóricos, seja pela determinação da evolução do encruamento.

#### Ajuste a Modelos Teóricos

O ajuste das curvas de tração pode ser feito através dos três modelos já descritos neste trabalho: Hollomon, Ludwik e Jaoul-Croussard.

O ajuste segundo o modelo de Hollomon - adotado pela norma ASTM E-646 - é efetuado através de correlação linear por mínimos quadrados da curva log-log de deformação versus tensão reais [7]. O programa permite a eliminação de pontos que possam ser considerados espúrios. Os resultados fornecidos são a equação de Hollomon ajustada, incluindo o coeficiente de encruamento  $n$ , juntamente com o coeficiente de correlação e o erro padrão da estimativa, bem como o gráfico mostrando o grau de ajuste entre os dados experimentais e a equação calculada, conforme mostra a figura 3.

**Analise do Ensaio de Traction - Aco AR**  
**Modelo de HOLLOWMON**

Equacao ajustada:  
 $T = 819.834901 * a^{.22104032}$

$R = .997551471$   
Erro Padrao de Estimativa = 2.41401177

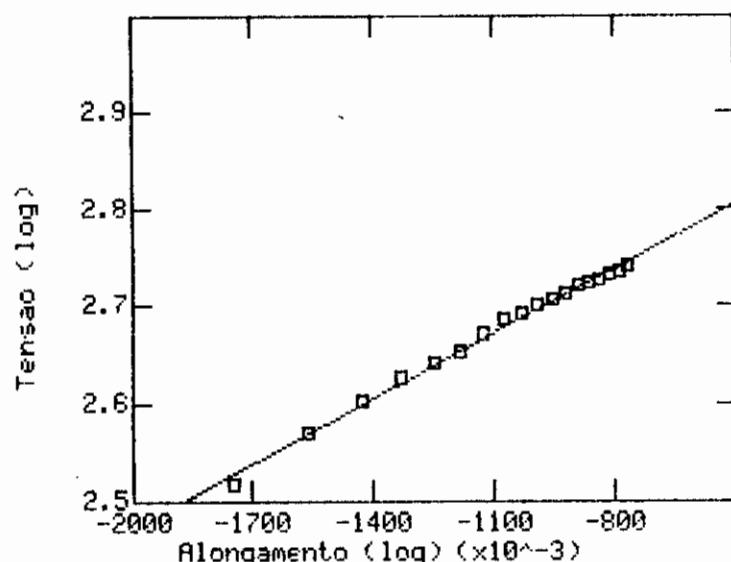


Figura 3: Ajuste da curva de tração de um aço de baixo carbono através do modelo de Hollomon.

Outra opção é o ajuste da curva de tração pelo modelo de Ludwik, que é feito por regressão não-linear [2]. Um exemplo do resultado obtido pode ser visto na figura 4. Neste caso particular, para aço de baixo carbono, a constante  $\zeta_0$  da equação obtida é negativo, ou seja,

não tem significado físico, o que compromete o valor da equação em termos metalúrgicos.

#### Análise do Ensaio de Tração - Aço AR

##### Modelo de LUDWIK

###### Equação para o Segmento #1:

$$T = -4014.25857 + 4742.86693 * a^{.0219118896}$$

$$R = .99954933$$

$$\text{Erro Padrão da Estimativa} = 1.85811079$$

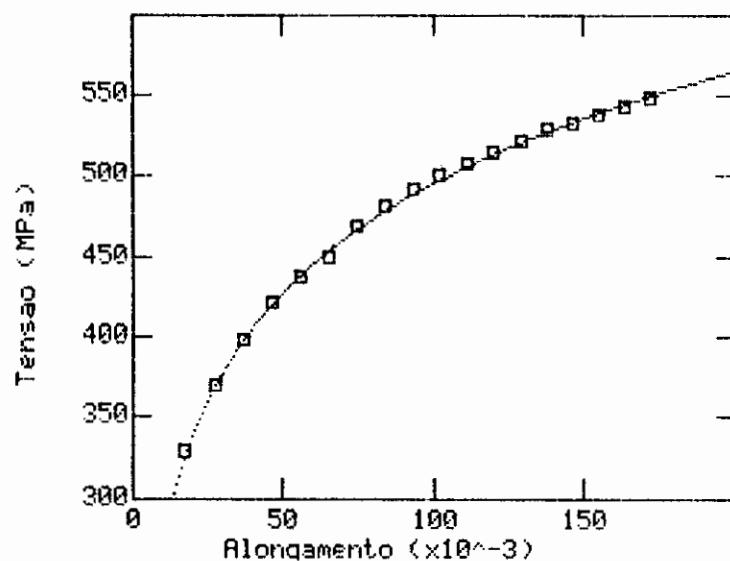


Figura 4: Ajuste da curva de tração de um aço de baixo carbono através do modelo de Ludwik.

A análise de Jaoult-Croussard se processa de forma um pouco diferente. Em primeiro lugar, é gerado na tela o gráfico log-log da deformação real versus a taxa de encruamento. A partir do aspecto do gráfico, o usuário determina o número de retas que podem ser traçadas e os valores de deformação real que as delimitam, informando posteriormente esses dados ao programa. Cada reta é ajustada aos pontos experimentais dentro da respectiva faixa de valores de deformação real delimitada previamente, através de correlação linear por mínimos quadrados [7]. O resultado é fornecido tanto em termos das equações ajustadas como graficamente, como indica a figura 5.

Após o ajuste pelo modelo de Jaoult-Croussard há a possibilidade de se efetuar novamente o ajuste por Ludwik, de forma escalonada, obtendo-se equações diferentes para cada trecho definido anteriormente na análise de Jaoult-Croussard, como pode ser visto na figura 6. Em certos casos o grau global de ajuste obtido é melhor do que o obtido para uma só equação de Ludwik válida para toda a faxa de deformações aplicada no ensaio de tração.

#### Cálculo da Evolução do Encruamento

Este módulo possibilita várias representações da curva tensão versus deformação e grau de encruamento versus deformação, a partir dos dados do ensaio de tração, permitindo assim diversos tipos de análise da evolução do encruamento do material.

**Analise do Ensaio de Traction - Aco AR**  
**Modelo de JAULT-CROUSSARD**

**Equacao ajustada para o Segmento #1:**

$$dT/da = 496.353589 + a^{-.506565025}$$

$$R = -.990553586$$

$$\text{Erro Padrao da Estimativa} = 6.3526608$$

**Equacao ajustada para o Segmento #2:**

$$dT/da = 76.1249626 + a^{-1.09297561}$$

$$R = -.997386166$$

$$\text{Erro Padrao da Estimativa} = 1.93985932$$

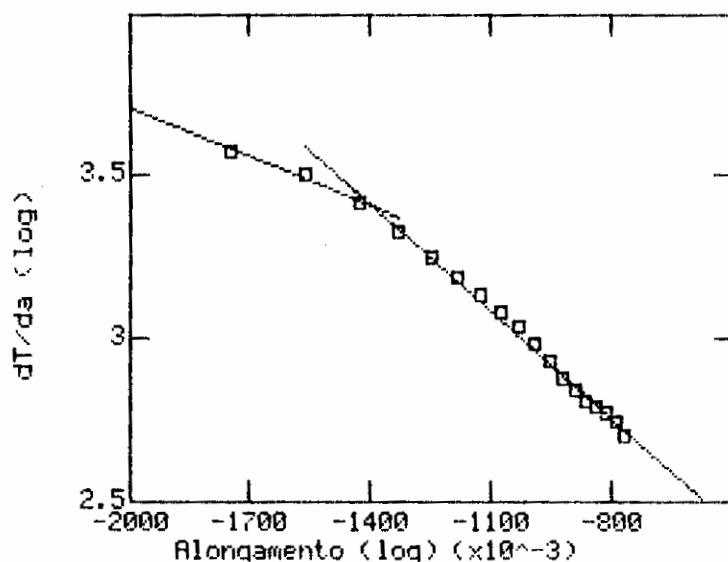


Figura 5: Análise pelo modelo de Jaoult-Croussard da curva de tração de um aço de baixo carbono.

**Analise do Ensaio de Traction - Aco AR**

**Modelo de LUDWIK**

**Equacao para o Segmento #1:**

$$T = -9686.34318 + 10400.812 * a^{9.37881828E-03}$$

$$R = .999999948$$

Erro Padrao da Estimativa = 9.1877485E-03

**Equacao para o Segmento #2:**

$$T = 2387.10098 + -1678.17235 * a^{-0.0519023714}$$

$$R = .999191134$$

Erro Padrao da Estimativa = 1.79582979

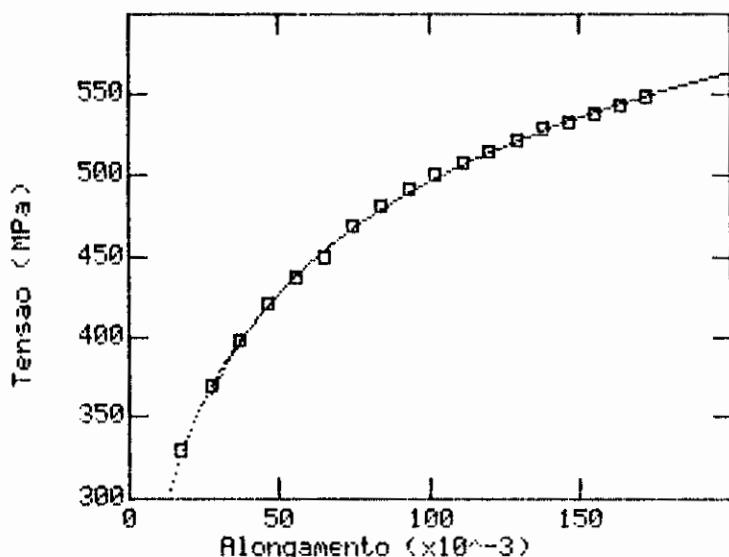


Figura 6: Ajuste escalonado da curva de tração de um aço de baixo carbono pelo modelo de Ludwik. As faixas de validade para cada equação foram definidas previamente pela análise de Jacquot-Croussard.

As opções disponíveis são: curva deformação versus tensão convencionais, evolução do encruamento em função da deformação aplicada segundo as equações (4), (5) e (6), e a determinação gráfica do alongamento uniforme através da interseccão das curvas deformação versus tensão-verdadeiras e taxa de encruamento versus deformação verdadeira.

A figura 7 mostra a curva tensão versus deformação convencionais reconstituída a partir dos dados fornecidos ao programa. Ela ainda permite o cálculo da tensão convencional para qualquer deformação dada através de uma subrotina de interpolação por "spline" [7].

Curva Alongamento x Tensao Convencional  
Aco AR

Grafico Ac >> Tc

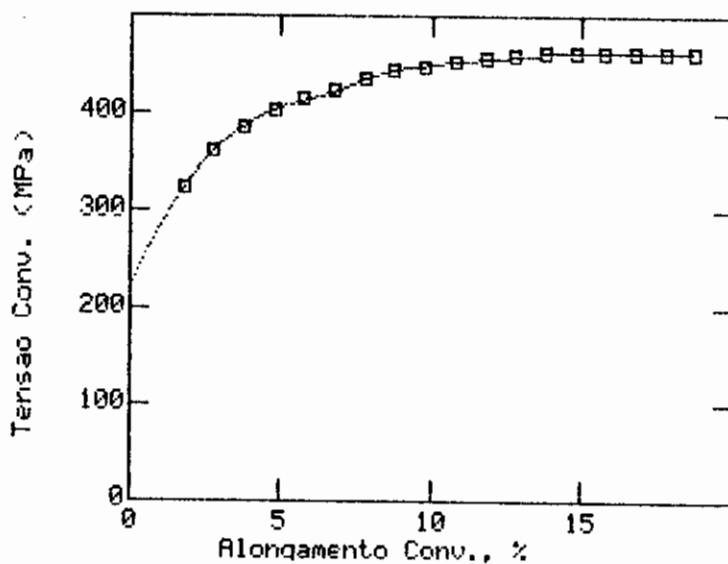


Figura 7: Curva deformação versus tensão convencionais obtida por ensaio de tração para um aço de baixo carbono.

O alongamento uniforme pode ser determinado graficamente através da intersecção das curvas tensão versus deformação real e taxa de encruamento versus deformação real, conforme mostra a figura 8. Nesta opção pode ainda ser efetuado o cálculo da tensão real a partir de qualquer valor de deformação real através de interpolação [7].

Determinacao do Alongamento Uniforme  
Aco AR

Grafico  $T$ ,  $dT/d\epsilon \rightarrow \infty$

Alongamento Uniforme = .164815347 (17.917536%)

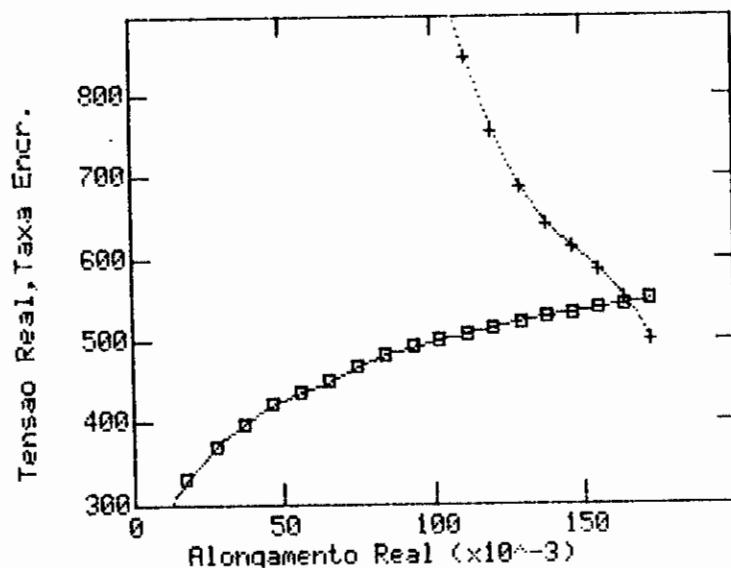


Figura 8: Determinação gráfica do alongamento uniforme a partir dos dados do ensaio de tração para um aço de baixo carbono.

A evolução do encruamento ao longo da deformação pode ser acompanhada através das equações (4), (5) e (6), cujas representações gráficas podem ser vistas nas figuras 9, 10 e 11, respectivamente.

Evolução da Taxa de Encruamento  
Aço AR

Grafico de  $dT/d\varepsilon$

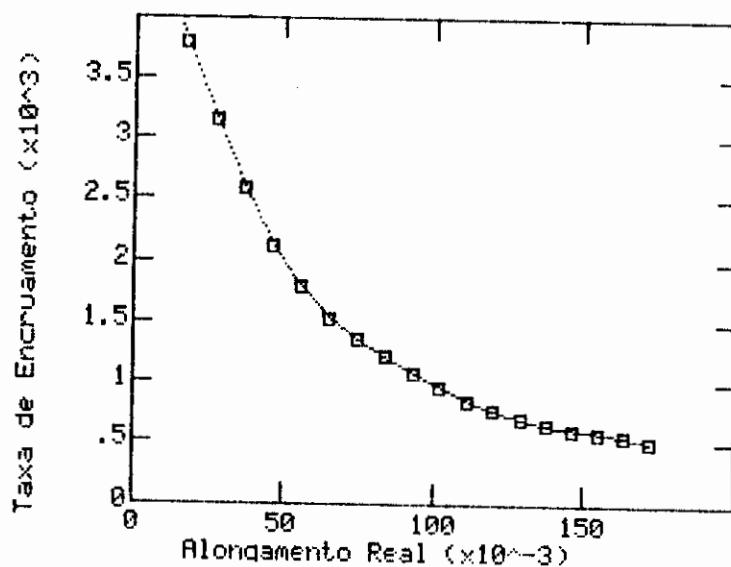


Figura 9: Taxa de encruamento determinada pela equação (4) ao longo da faixa de deformações aplicadas durante o ensaio de tração de um aço de baixo carbono.

No caso específico da equação (5) é calculado o alongamento uniforme, determinando-se para qual valor de deformação real ela assume

o valor unitário, através de cálculos iterativos da interpolação por "spline" [7]. Em todas as opções é possível determinar o valor da respectiva taxa de encruamento a partir de um dado valor de deformação real, também através de uma subrotina de interpolação.

Evolução da Taxa de Encruamento  
Aço AR

Grafico 1:  $\frac{d\epsilon}{dT} = \frac{dT}{da}$

Alongamento Uniforme = .171933096 (18.7598375%)

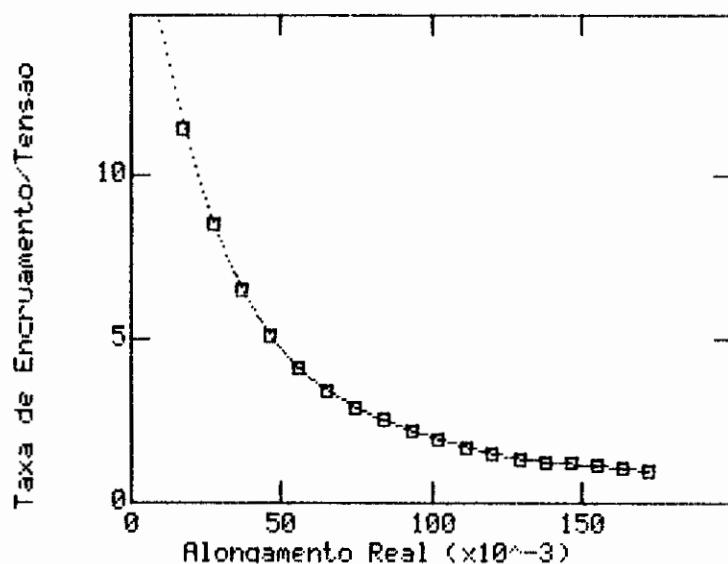


Figura 10: Evolução do encruamento calculada pela equação (5) a partir dos dados obtidos pelo ensaio de tração de um aço de baixo carbono.

Evolução do Encruamento Diferencial  
Aço AR

Grafico  $(\dot{\epsilon} - dT/d\dot{\epsilon}) / \sqrt{T}$

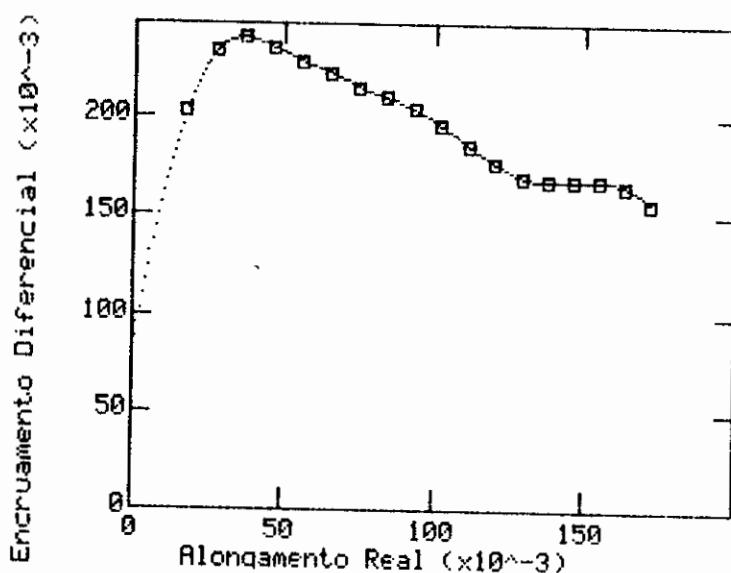


Figura 11: Evolução da taxa de encruamento diferencial calculada pela equação (6) a partir dos dados obtidos pelo ensaio de tração de um aço de baixo carbono.

- CONCLUSÃO

A análise da evolução do encruamento e a determinação do coeficiente de encruamento  $n$ , a partir dos dados provenientes de ensaios de tração, permite uma avaliação preliminar da conformabilidade a frio

do material testado, particularmente em termos de sua capacidade de estiramento.

Foi descrito neste trabalho um programa para microcomputador que, a partir das curvas carga versus alongamento obtidas por ensaio de tração, permite que se caracterize a evolução do encruamento do material em termos do coeficiente de encruamento  $n$ , através de fórmulas específicas, e do ajuste das curvas de tração à modelos teóricos consagrados.

Cópias deste programa, desenvolvido para a linha Apple II+ em ambiente DOS 3.3, estão disponíveis desde que seja fornecido um disquete de 5 1/4" com dupla densidade. Seu uso e cópia são livres desde que seja dado o devido crédito a seus autores. Críticas e sugestões de novos desenvolvimentos neste campo serão bem vindas.

Endereço dos autores: COSIPA, QTT/M, C.P. 11, 11.500, Cubatão, SP.

#### - BIBLIOGRAFIA

- 1) KLEIN, L.N.T. et al. In: VII SIMPÓSIO DA LAMINAÇÃO DA COLAM. Associação Brasileira de Metais, São Paulo, 1971.
- 2) GORNI, A.A. & BRANCHINI, O.L.G. In: IV SIMPÓSIO DE CONFORMAÇÃO PLÁSTICA DOS METAIS. EPUSP/UNICAMP, 1990, p. 23-42.
- 3) DAHL, W. et al. *Stahl und Eisen*, 103(2):87-90, 31 Jan 1983.

- 4) MATLOCK, D.K. et al. In: STRUCTURE AND PROPERTIES OF DUAL PHASE STEELS. Proceedings. TMS-AIME, New Orleans, 1975. p. 63-90.
- 5) CRIBB, W.R. et al. In: STRUCTURE AND PROPERTIES OF DUAL PHASE STEELS. Proceedings. TMS-AIME, New Orleans, 1975. p. 91-117.
- 6) KIM, I.S. et al. Steel Research, 58(4):186-190, Abr. 1987.
- 7) KOPCHENOVА, N.V. et al. COMPUTATIONAL MATHEMATICS. Mir Publishers, Moscow, 1984. 392 p.
- 8) GÉRARDIN, D. Les Mémoires et Études Scientifiques de la Revue de Metallurgie. 81(10):545-551, Oct. 1984.