

**COMPARAÇÃO ENTRE ABORDAGENS PARA O  
MODELAMENTO MATEMÁTICO DO PERFIL TÉRMICO  
DE PLACAS DURANTE SEU REAQUECIMENTO<sup>1</sup>**

Antonio Augusto Gorni<sup>2</sup>  
Vicenzo Bruno Formica<sup>3</sup>  
Ovidiu Bogdan<sup>4</sup>

**RESUMO**

Foi feita uma avaliação do desempenho do Método das Diferenças Finitas e do Método dos Elementos Finitos no cálculo do perfil térmico ao longo do tempo em pontos selecionados de placas reaquecidas. Os resultados obtidos a partir desses algoritmos, efetuados sem ajuste dos modelos aos dados experimentais, revelaram que o Método dos Elementos Finitos apresentou melhor desempenho global, calculando com melhor precisão a temperatura no momento do desenformamento. A precisão conseguida poderá ser melhorada ainda mais quando se puder ajustar o modelo aos dados reais do processo.

**ABSTRACT**

An evaluation between of the performance of the Finite Difference Method and the Finite Element Method was performed regarding the calculation of the thermal profile of slab reheating furnaces in selected locations. The results got from these algorithms, without fitting to the experimental data, show that the Finite Element Method had a better global performance, predicting the slab discharging temperature with a greater degree of accuracy. This precision can be still improved using real data feedback to the mathematical model.

---

<sup>1</sup> Artigo publicado na Revista Escola de Minas - REM, 53:3, Julho-Setembro 2000, p. 203-209.

<sup>2</sup> Engenheiro de Materiais, Mestre em Engenharia, Analista de Processos da Gerência de Suporte Técnico da Laminação a Quente da Companhia Siderúrgica Paulista – COSIPA. E-Mail: [agorni@iron.com.br](mailto:agorni@iron.com.br). Web Page: [www.gorni.eng.br](http://www.gorni.eng.br).

<sup>3</sup> Engenheiro Metalurgista e de Qualidade (A.S.Q.C.), Analista de Processos da Gerência de Normalização da Companhia Siderúrgica Paulista – COSIPA.

<sup>4</sup> Engenheiro de Software, IndustrialSoft, Montreal, Canada.

## 1. INTRODUÇÃO

A operação racional e econômica dos fornos de reaquecimento de placas exige que o processo seja conduzido de forma a maximizar sua economia de energia e seu rendimento metálico, sem contudo afetar a homogeneidade de encharque do material.

Uma das ferramentas mais poderosas no sentido de se otimizar a condução deste processo são modelos matemáticos eficazes e comprovadamente aferidos em relação à realidade operacional da planta.

Os modelos matemáticos de fornos de reaquecimento de placas podem ser utilizados *off-line*, viabilizando a simulação de diversas condições operacionais e seus reflexos na qualidade do encharque do material, sua condição superficial, consumo de energia, emissão de poluentes, etc. Estes modelos podem atingir alto grau de sofisticação, pois os fenômenos de transporte que ocorrem em fornos industriais são complexos, incluindo processos simultâneos de combustão, fluxo de fluidos e transferência de calor. O modelamento em escala tridimensional representa o grau máximo de sofisticação que esses modelos podem assumir. Os resultados obtidos por esses modelos permitem definir as condições otimizadas de processo.

Estas simulações complexas também embasam o desenvolvimento de modelos matemáticos mais simples mas igualmente eficazes, de rápida execução, a serem aplicados no controle *on-line* do forno através de sistemas de automação. Neste caso, os modelos matemáticos devem ter pequeno porte, pois sua resposta deve ser a mais rápida possível para agilizar o processo de tomada de decisões durante o processo de reaquecimento.

Este trabalho tem como objetivo efetuar uma avaliação preliminar de dois tipos de modelamento matemático para o forno de reaquecimento, baseando-se em dados reais de perfil térmico de placas, medidos no Laminador de Chapas Grossas da COSIPA. O primeiro

deles, desenvolvido na COSIPA, foi baseado no Método das Diferenças Finitas. O segundo, implementado pela Industrial Soft, do Canadá, recorre ao Método dos Elementos Finitos.

## 2. MATERIAL E MÉTODOS

O forno de reaquecimento de placas estudado neste trabalho está instalado na linha de Laminação de Chapas Grossas da Companhia Siderúrgica Paulista - COSIPA. Suas paredes internas são constituídas de revestimento refratário sílico-aluminoso, com cerca de 50% de alumina. Ele dispõe de queimadores de chama longa em suas zonas inferiores e com chama plana nas zonas superiores. Utiliza como combustíveis gás de coqueria, gás natural ou óleo combustível. Seus recuperadores são do tipo cerâmico e a chaminé possui tiragem natural. Sua potência de aquecimento é da ordem de 370 Mcal/t, considerando-se um ritmo médio de produção igual a 120 t/h de placas.

Na maioria dos fornos industriais a radiação é a principal forma de transferência de calor. Ela é proveniente dos gases produzidos pela combustão e da superfície das paredes internas do forno, aquecendo a superfície da carga. O calor se transfere desde aí até o interior das peças através de processos de condução. Em certos casos, dependendo da magnitude das temperaturas envolvidas, deve-se considerar ainda o efeito de convecção na transferência de calor. A princípio, no caso específico dos fornos de reaquecimento de placas, ela pode ser desprezada, em função das altas temperaturas envolvidas.

A geometria interna peculiar de grande parte dos fornos industriais permite que ela seja expressa como sendo um par de placas infinitas. Quando se considera transferência de calor exclusivamente por radiação, a situação não é muito diferente de uma superfície de um paralelepípedo com paredes laterais em regime de equilíbrio relativo. Esta aproximação é particularmente adequada quando o fluxo axial de radiação no forno não é expressivo.

A condução de calor em regime variável para dentro da carga pode ser expressa pela equação diferencial bidimensional de

Fourier:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} + \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right] = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

onde  $\rho$  é a densidade do aço,  $C_p$  é seu calor específico,  $T$  é a temperatura,  $t$  é o tempo e  $\lambda$  é a condutividade térmica do material.

A geometria específica das placas permite que, numa primeira aproximação, se assuma transferência de calor unidimensional. O motivo desta simplificação está no fato de que o *software* para a resolução das equações de transferência de calor por diferenças finitas teve de ser especialmente desenvolvido para este trabalho. Conseguiu-se desse modo reduzir-se o tempo de desenvolvimento do modelo matemático sem afetar significativamente sua precisão. Caso contrário, o tempo de desenvolvimento do modelo, que, mesmo com essa simplificação, já foi significativo, seria ainda maior.

A condição de contorno para uma superfície é definida pela equação,

$$K \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_S = \sigma \mathfrak{F} A (T_f^4 - T_s^4) + H_c (T_g - T_s) \quad (2)$$

onde  $K$  é a condutividade térmica da placa,  $y$  é a espessura da placa,  $\sigma$  é a constante de Stefan-Boltzmann,  $\mathfrak{F}$  é o fator de forma,  $A$  é a área superficial da placa,  $T_f$  é a temperatura do forno,  $T_s$  a temperatura na superfície da placa,  $T_g$  a temperatura dos gases aquecidos que constituem a atmosfera do forno e  $H_c$  é o coeficiente de transferência de calor por convecção. Esta equação fica completamente definida considerando-se as condições iniciais de distribuição de temperatura ao longo da carga no instante inicial do aquecimento. Sua solução foi feita através da aplicação do método das diferenças finitas, desprezando-se a segunda parcela, que se refere à transferência de calor por convecção.

Foi assumido que o aquecimento da placa ocorreu de maneira simétrica ao longo da espessura, ou seja, que a evolução de

temperatura foi similar tanto na metade superior da placa quanto em sua metade inferior. Isto não corresponde exatamente à realidade operacional, mas simplifica bastante o problema, tornando-se válida como uma primeira aproximação para a resolução do problema.

As paredes refratárias do forno, aquecidas pelas chamas dos queimadores, transferem calor até a superfície das placas por radiação. Já o interior das placas é aquecido a partir de suas superfícies por condução. Logo, o perfil térmico da placa é determinado por equações de transferência de calor por condução. Supondo-se que a componente de transferência de calor por convecção seja desprezível, temos que o coeficiente de transferência térmica por radiação  $H_{rd}$  pode ser calculado pela seguinte fórmula:

$$H_{rd} = \mathfrak{F} \sigma \frac{(T_f^4 - T_s^4)}{(T_f - T_s)} \quad (3)$$

Uma vez que se assumiu que a placa, a abóboda e a soleira do forno podem ser considerados como sendo planos infinitos, a equação que descreve o fator de forma  $\mathfrak{F}$  é

$$\mathfrak{F} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_{pl}} + \frac{1}{\varepsilon_f} - 1} \quad (4)$$

onde  $\varepsilon_{pl}$  é a emissividade da placa e  $\varepsilon_f$  é a emissividade das paredes de refratário sílico-aluminoso do forno. Logo, por exemplo, assumindo-se os respectivos valores de 0,8 e 0,6 para essas emissividades, temos que o fator de forma será igual a 0,364.

Assumindo-se a hipótese da condição unidimensional no sentido da espessura e supondo as perdas térmicas pelas longarinas desprezíveis, a equação (2) fica

$$K \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{z=e} = H_{rd} (T_f - T_s) \quad (5)$$

A adoção de hipóteses simplificadoras implica em desvios significativos em relação à realidade operacional. Por exemplo, o calor perdido na água de refrigeração pode representar 7,8% do calor total fornecido ao forno de placas pela queima de combustível. Este valor é equivalente ao calor absorvido por uma vazão de água de refrigeração da ordem de 230 m<sup>3</sup>/h, aquecida desde 25 até 40°C. Outro desvio considerável ocorre ao se considerar as paredes refratárias do forno como sendo adiabáticas; na verdade, a perda através delas representa 6,7% do calor total fornecido ao forno de placas.

Estes erros, apesar de significativos, não afetam significativamente a precisão dos modelos matemáticos para determinação dos perfis térmicos da placa durante seu reaquecimento, não inviabilizando a sua adequação para uso em sistemas para controle automático de fornos de reaquecimento.

O modelo para cálculo dos perfis térmicos durante o reaquecimento das placas usando o método das diferenças finitas foi escrito em GWBasic. Seu tempo de execução não chega a exceder um minuto, considerando-se a divisão de metade da espessura em 10 segmentos iguais, que foi a condição utilizada nos cálculos para este trabalho. O programa requer o conhecimento das propriedades térmicas do material (condutividade térmica, calor específico, densidade) e sua dependência em relação às temperaturas envolvidas. Também a temperatura inicial da placa tem de ser conhecida.

No caso do modelamento matemático usando o Método dos Elementos Finitos foi utilizado um *software* mais amigável, que permite a resolução de problemas de transferência de calor a partir da descrição da configuração geométrica e condições térmicas do equipamento a ser modelado. A resolução matemática das equações é transparente para o usuário.

Em função destas condições mais favoráveis, optou-se por se assumir transferência de calor bidimensional, ou seja, o modelo mapeia as temperaturas da placa tanto na direção da espessura como na da largura.

Neste caso específico, considerou-se que o aquecimento da placa foi simétrico tanto ao longo da largura como no da espessura.

ra do material. Conforme já foi dito anteriormente, isto não corresponde exatamente à realidade, particularmente no caso da espessura, mas simplifica razoavelmente o problema, permitindo uma primeira aproximação para o cálculo do nível de encharque da placa.

Neste caso, as condições iniciais são definidas pela equação (6), enquanto que as condições de contorno estão representadas pelas equações (7) a (9), de acordo com Diriclet (7), Cauchy (8) et Neumann (9):

$$T=T_0, t=0 \quad (6)$$

$$T=g(x,y), \quad \forall M(xy) \in S_T \quad (7)$$

$$\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} n_x + \frac{\partial T}{\partial y} n_y \right) + q = 0, \quad \forall N(xy) \in S_q \quad (8)$$

$$\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} n_x + \frac{\partial T}{\partial y} n_y \right) + \alpha(T-T_0) = 0, \quad \forall P(xy) \in S_\alpha \quad (9)$$

onde  $T_0$  é a temperatura no momento inicial do aquecimento,  $\mathbf{q}$  é o fluxo térmico,  $\alpha$  é o coeficiente global de transferência de calor e  $S_T$ ,  $S_q$  e  $S_\alpha$  são as superfícies onde se impõem as condições de contorno de Diriclet, Cauchy et Neumann.

As equações acima, juntamente com a equação (1), constituem a base do modelo matemático genérico para simulação de transferência de calor que ocorre durante processos metalúrgicos.

Em alguns processos metalúrgicos deve-se levar em conta que podem haver fontes internas de calor dentro do objeto que está sendo considerado no modelo térmico. Entretanto, sua quantificação é difícil de ser feita dentro da equação de Fourier, pois esse calor latente geralmente só ocorre num intervalo delimitado de temperaturas e pode aparecer de maneira não uniforme. Contudo, há alguns métodos que permitem sua inclusão dentro do modelo geral de transferência de calor. Por exemplo, a equação abaixo:

$$C'_l = C_l + \frac{L}{\delta T} \quad (10)$$

onde  $C'_l$  é o calor específico incluindo fonte interna,  $C_l$  é o calor específico sem fonte interna,  $L$  é o calor latente e  $\delta T$  é o intervalo

de temperatura considerado.

O modelo analítico não pode ser resolvido em computadores diretamente na forma em que se encontra, sendo necessário transformá-lo numa equação integral. Essa conversão é possível, conhecendo-se a forma diferencial da equação de Fourier (1) e as condições de contorno (8) e (9). Obtém-se assim a seguinte fórmula:

$$\pi = \int_V \frac{1}{2} \left[ \lambda_T \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \lambda_T \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] dV + \int_V \rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} T dV + \int_{S_q} q T dS + \int_{S_\alpha} \frac{\alpha}{2} (T - T_\alpha) dS \quad (11)$$

Considerando-se a discretização do domínio de análise  $V$ , na forma de elementos finitos de formato quadrilátero e funções de forma linear, pode-se propor a seguinte fórmula:

$$\hat{T}(x,y,t) = N_1(x,y) \bullet T_1(t) + N_2(x,y) \bullet T_2(t) + N_3(x,y) \bullet T_3(t) + N_4(x,y) \bullet T_4(t) \quad (12)$$

onde  $N_1(x,y)$ ,  $N_2(x,y)$ ,  $N_3(x,y)$  e  $N_4(x,y)$  são as funções de forma e  $T_1(t)$ ,  $T_2(t)$ ,  $T_3(t)$  e  $T_4(t)$  são as temperaturas dentro dos nós dos elementos finitos.

Considerando-se a função de aproximação da temperatura e impondo-se a condição estacionária teremos que:

$$\sum_1^n \left( \int_V e B^T D B T^e dV + \int_V e \rho C_P \frac{\partial \hat{T}}{\partial t} N dV + \int_{S_q} e q N^T dS + \int_{S_\alpha} e N N^T T^e dS + \int_{S_\alpha} e \alpha T_\alpha N^T dS \right) = 0 \quad (13)$$

Podemos agora escrever esta equação matricial sob a seguinte forma:

$$K_1^e \bullet \dot{T}^e + (K_2^e + K_3^e) \bullet T = K_4^e \quad (14)$$

Montando-se todos os elementos finitos do domínio analisado, obtém-se o sistema de equações final:

$$K_1 \bullet \dot{T} + (K_2 + K_3) \bullet T = K_4 \quad (15)$$

Já a resolução do problema em regime não-estacionário é



feita utilizando-se o método das diferenças finitas. Para se estimar as temperaturas iniciais, que constituirão a base para um novo ciclo de cálculo, são utilizadas as seguintes equações:

$$\left(\frac{2}{\Delta t}K_1+K_2+K_3\right)\cdot T_{n+1}=\left(\frac{2}{\Delta t}K_1-K_2-K_3\right)\cdot T_n+(K_{4,n+1}+K_{4,n}) \quad (16)$$

Note-se que **n** e **n+1** correspondem a duas etapas de tempo consecutivas **t** e **t + dt**.

Estas últimas equações permitem determinar a temperatura dentro dos nós dos elementos finitos no momento **t+dt** desde que se conheçam as temperaturas correspondentes ao momento **t**.

O modelo matemático descrito acima serviu como base para o desenvolvimento de um programa de computador para a resolução da equação de Fourier em regime não-estacionário, utilizando-se o Método dos Elementos Finitos. Este programa, chamado *SimCAD*, está escrito em linguagem Pascal e utiliza todas as três condições de contorno já descritas. Ele permite o uso de, no máximo, 10.000 elementos finitos, dispondo do recurso de geração automática de rede (*autome-shing*). A malha aqui utilizada cobria um quarto da seção transversal da placa, ou seja, a área delimitada por metade da largura por metade da espessura. Ela era constituída por 100 pontos ao longo da largura por 14 ao longo da espessura. A descrição do sistema geométrico pode ser feita através de um programa de *Computer Aided Engineering*, como o AutoCAD, DesignCAD ou outro similar. Naturalmente, ele também requer o fornecimento das propriedades térmicas do material que está sendo aquecido, analogamente ao já visto para o modelo que usa diferenças finitas. O tempo necessário para se solucionar o sistema de equações para um passo de tempo é de aproximadamente 5 segundos utilizando-se um microcomputador Pentium 166 MHz. O programa foi concebido de modo a minimizar o tempo de cálculo, mantendo-se todas as variáveis na memória RAM da máquina; somente o resultado final é armazenado no disco rígido. O sistema de equações foi resolvido utilizando-se o método das aproximações sucessivas, utilizando-se um fator de aproximação variável. Além disso, o programa dispõe de um módulo próprio de rotinas para gerar saída dos resultados em

forma gráfica.

Como se pode observar, este tipo de programa é transparente do ponto de vista matemático para o usuário, que não precisa se preocupar em desenvolver programas para a resolução das equações que descrevem o processo de transferência de calor. Desse modo, o usuário economiza tempo para o desenvolvimento de um modelo realista, podendo concentrar sua atenção na definição de condições de contorno mais precisas.

### **3. RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Os resultados produzidos pelos modelos descritos no item anterior foram comparados com dados reais dos perfis térmicos de placas reaquecidas no forno número 2 da linha de Laminação de Chapas Grossas [7]. Os dados de temperatura ao longo da espessura da placa, obtidos através de termo-pares, foram armazenados durante a passagem da placa pelo forno num dispositivo eletrônico ("baratinha"), acondicionado numa caixa térmica dupla, preenchida com água e gelo, e protegida por uma manta refratária. A placa monitorada durante esta experiência media 250 x 1.900 x 3.070 mm, e era feita em aço ao C-Mn, cuja composição química era 0,14% C, 0,80% Mn, 0,23% Si e 0,035% Al. Ela foi aquecida durante um total de 172 minutos, permanecendo 69 minutos na zona de pré-aquecimento, 52 minutos na zona de aquecimento e 49 na zona de encharque. Para fins de modelamento, assumiu-se as seguintes temperaturas de "set-up", medidas pelos termopares superiores do forno: 1250, 1310 e 1260°C, respectivamente nas zonas de pré-aquecimento, aquecimento e encharque. Assumiu-se temperatura do canal de fumaça da ordem de 990°C e a temperatura inicial da placa como sendo 25°C. Esses dados correspondem aproximadamente aos valores observados durante a experiência.

A tabela I permite comparar o desempenho global dos modelos para cálculo do perfil térmico da placa pelo Método de Diferenças Finitas e pelo Método de Elementos Finitos, através do coeficiente de correlação  $r$  de Pearson e do erro padrão da estimativa, considerando-se pontos distantes 10, 60 e 110 mm a partir da superfície superior da placa. É interessante observar que o modelo basea-

do no Método de Diferenças Finitas apresentou menores erros para pontos da placa mais próximos à superfície em relação ao modelo baseado no Método de Elementos Finitos. Contudo, a medida que se calcula a temperatura para pontos mais internos da placa, o desempenho dos modelos se inverte.

A figura 1 mostra uma comparação entre os resultados obtidos pelos dois modelos a respeito dos perfis de temperatura a 10 mm de distância da superfície superior da placa. Enquanto que os resultados obtidos pelo Método de Diferenças Finitas apresentam um desvio relativamente constante em relação à curva de temperaturas reais ao longo de todo o tempo medido, os valores calculados pelo Método de Elementos Finitos apresentam desvios mais acentuados para os tempos iniciais de enforamento, que são praticamente o dobro dos observados para o outro método. Contudo, a situação se inverte a partir dos 75 minutos de aquecimento, quando o erro produzido pelo Método de Elementos Finitos tendeu a ficar menor que o observado para o Método de Diferenças Finitas. De fato, no momento do desenforamento, o erro para o primeiro método era da ordem de  $-11^{\circ}\text{C}$ , enquanto que para o segundo foi de aproximadamente  $40^{\circ}\text{C}$ . Este é um aspecto favorável ao Método dos Elementos Finitos pois, operacionalmente, o que realmente interessa é a previsão do nível de encharque no momento do desenforamento.

	10 mm		60 mm		110 mm	
	r	EPE [ $^{\circ}\text{C}$ ]	r	EPE [ $^{\circ}\text{C}$ ]	r	EPE [ $^{\circ}\text{C}$ ]
M.D.F.	0,991	74	0,987	136	0,984	146
M.E.F.	0,981	126	0,993	101	0,998	25

Tabela I: Nível de precisão conseguido pelos modelos matemáticos baseados no Método de Diferenças Finitas e no Método de Elementos Finitos para cálculo do perfil térmico das placas reaquecidas, em função da distância a partir da superfície superior da placa.

A figura 2 é análoga à anterior, mas considerando agora

o ponto distante 60 mm a partir da superfície superior da placa. O desempenho do Método de Diferenças Finitas é inicialmente superior, mas rapidamente se degrada após 40 minutos de enforamento. Já os resultados produzidos pelo Método de Elementos Finitos, inicialmente bem piores que os obtidos pelo outro método, passam a se aproximar dos dados reais a partir do mesmo período de enforamento, melhorando paulatinamente até o desenforamento da placa. De fato, neste momento a diferença entre o resultado desse modelo e o dado real é nula, enquanto que no caso do Método das Diferenças Finitas é de aproximadamente 80°C.

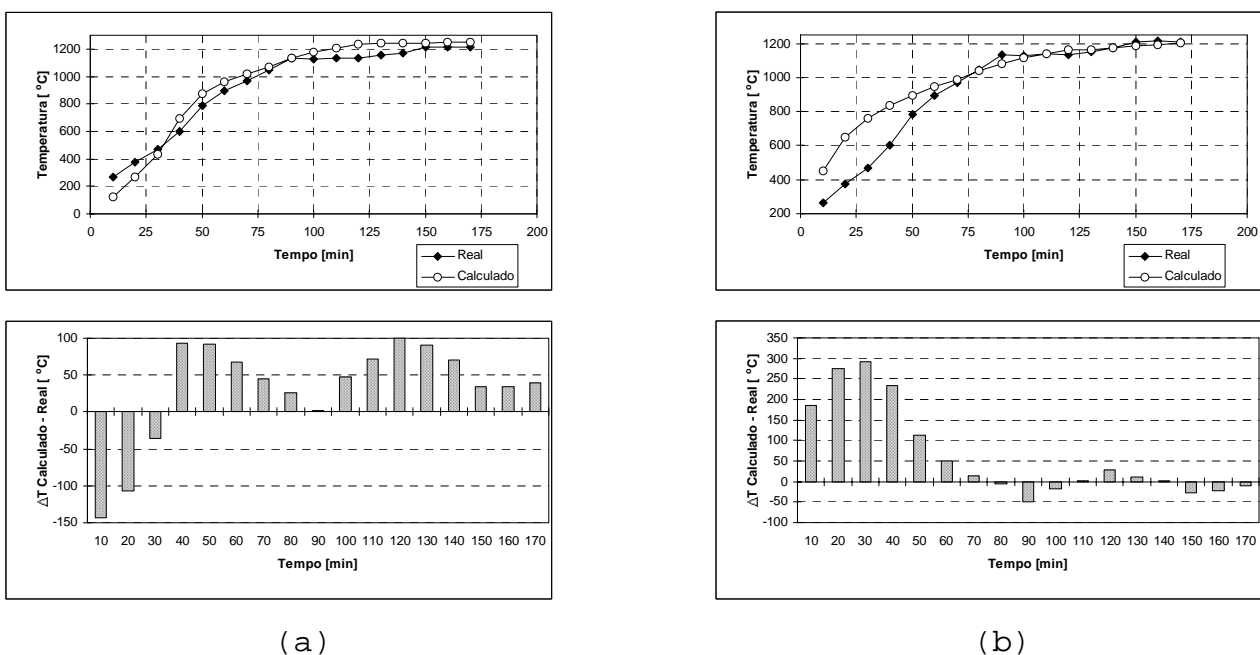
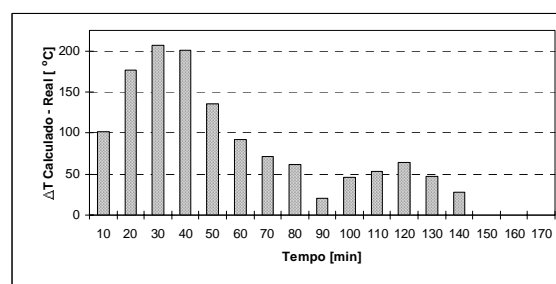
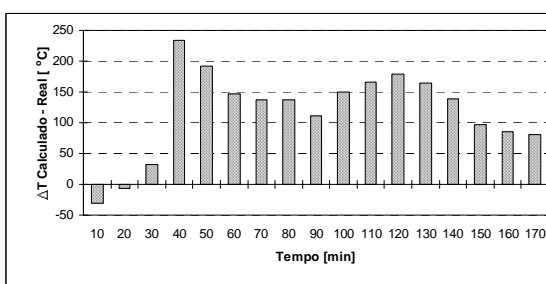
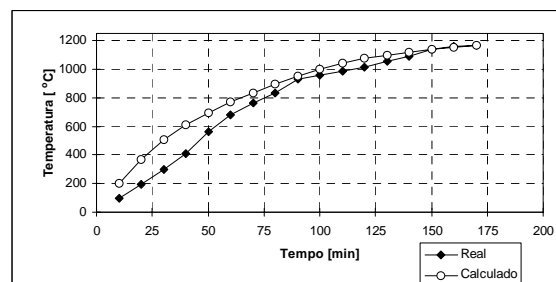
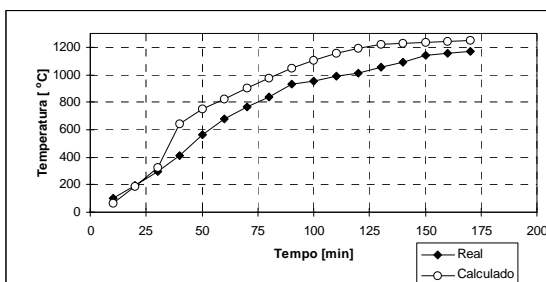


Figura 1: Comparação entre os resultados reais e os calculados pelo (a) Método de Diferenças Finitas e (b) Método de Elementos Finitos, considerando-se a evolução térmica verificada a 10 mm da superfície superior da placa.

Os resultados obtidos para o último caso - o ponto distante 110 mm a partir da superfície superior - podem ser vistos na Figura 3. Os resultados obtidos pelo Método das Diferenças Finitas foram bem próximos dos dados reais até 30 minutos de aquecimento, a partir de onde passaram a super-estimar significativamente os resultados obtidos. Essa diferença, num primeiro instante, chegou a 286°C, caindo gradativamente ao longo do tempo. Ainda assim, no mo-

mento do desenformamento essa diferença foi significativa, da ordem de  $96^{\circ}\text{C}$ . Por sua vez, o desempenho do Método de Elementos Finitos foi bem melhor, apresentando desvios da ordem de  $20^{\circ}\text{C}$ , exceto na região intermediária do forno, quando o desvio observado aumentou, registrando-se uma subestimativa máxima de  $-59^{\circ}\text{C}$ . Contudo, no momento do desenformamento, a diferença entre os valores medidos e calculados foi relativamente pequena, da ordem de  $-13^{\circ}\text{C}$ .

Apesar do desempenho geral do Método dos Elementos Finitos ter sido ligeiramente inferior no caso dos perfis térmicos medidos a 10 mm da superfície superior, ele sempre previu as temperaturas no momento de desenformamento com melhor nível de precisão que o outro método para todos os pontos aferidos. Além disso, seu desempenho geral foi melhor do que o do outro método nos outros dois pontos estudados. Pode-se, portanto, concluir que o Método de Elementos Finitos efetivamente apresentou melhor desempenho que o Método das Diferenças Finitas.



(a)

(b)

Figura 2: Comparação entre os resultados reais e os calculados pelo (a) Método de Diferenças Finitas e (b) Método de Elementos Finitos para a evolução térmica verificada a 60 mm da superfície superior da placa.

Por outro lado, deve-se ressaltar que esta avaliação é

preliminar. Na verdade, ambos os modelos deveriam ter sido ajustados em função dos próprios dados reais medidos dos perfis térmicos, para que tenham seu nível de precisão aumentado.

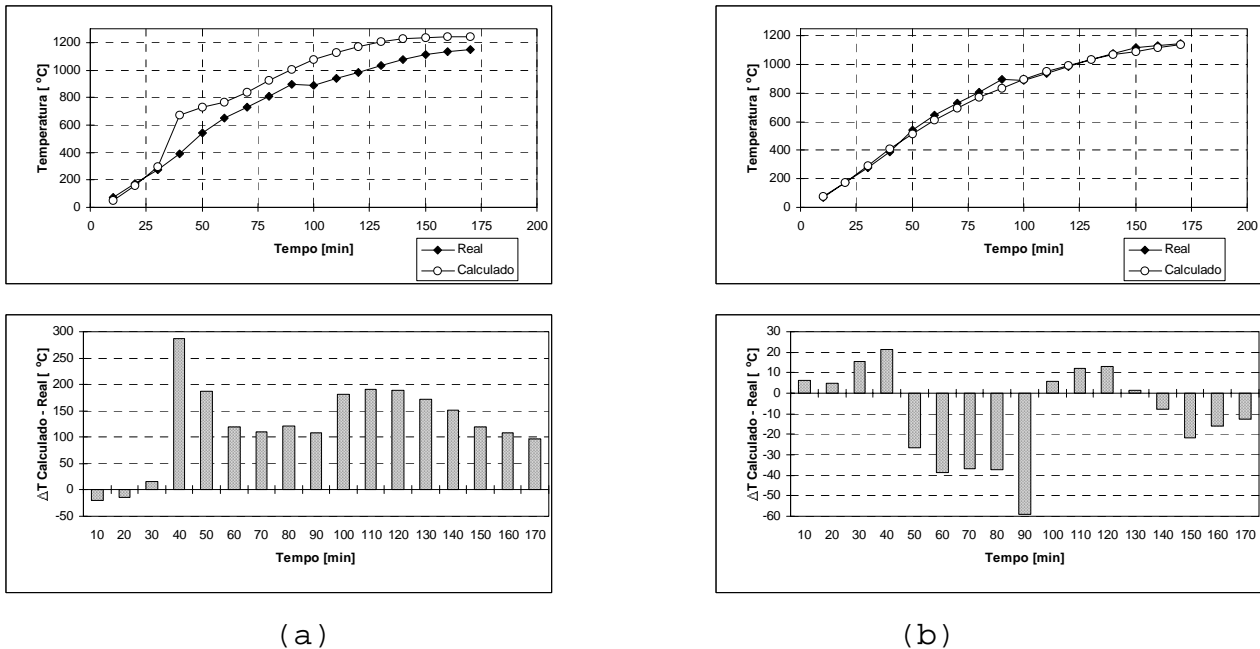


Figura 3: Comparação entre os resultados reais e os calculados pelo (a) Método de Diferenças Finitas e (b) Método de Elementos Finitos para a evolução térmica verificada a 110 mm da superfície superior da placa.

#### 4. CONCLUSÕES

- Este trabalho teve como objetivo efetuar uma comparação preliminar entre modelos matemáticos para cálculo do perfil térmico de placas reaquecidas antes da laminação de chapas grossas, utilizando respectivamente o Método de Diferenças Finitas e o Método de Elementos Finitos.
- Constatou-se que, ao se considerar pontos relativamente próximos da superfície superior da placa (10 mm), o modelo baseado no Método das Diferenças Finitas apresentou melhor desempenho global. Contudo, no momento do desenformamento, que é o ponto onde se requer maior precisão do modelo de

cálculo, os resultados proporcionados pelo Método de Elementos Finitos foram mais acurados.

- Já para os outros pontos ao longo da espessura considerados para a aferição dos modelos (60 e 110 mm), verificou-se que o desempenho global do modelo baseado no Método dos Elementos Finitos foi melhor que a outra abordagem, ainda que o desempenho do Método de Diferenças Finitas tenha sido superior no início da passagem da placa pelo forno.
- Logo, de maneira geral, o Método dos Elementos Finitos revelou-se superior ao Método das Diferenças Finitas para o modelamento matemático da evolução do encharque térmico da placa durante seu reaquecimento antes da laminação a quente. No caso específico do programa aqui utilizado, outras vantagens suplementares são a interface amigável com o usuário no momento da definição do problema, além de permitir que o usuário não se preocupe em programar os métodos matemáticos para resolução do problema. Isto agiliza o modelamento, permitindo que o usuário concentre sua atenção em aspectos mais cruciais do problema.

## 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- JANATA, J. *Archive für das Eisenhüttenwesen*, v. 53, n. 9, p. 343-48, 1982.
- JANATA, J. *Archive für das Eisenhüttenwesen*, v. 52, n. 9, p. 353-58, 1981.
- JANATA, J. *Archive für das Eisenhüttenwesen*, v. 54, n. 5, p. 209-14, 1983.
- VESLOCKI, T. *Iron and Steel Engineer*, v. 49, n. 4, 46-51, 1982.
- KREITH, F. *Princípios de Transmissão de Calor*, Editora Edgard Blücher, São Paulo, 1977, 550 p.
- JAKOB, M. *Heat Transfer*, vol. I. John Wiley & Sons, New York, 1975. 495 p.

GORNI, A.A. e outros. **Determinação do Perfil Térmico da Placa ao Longo do Forno de Reaquecimento do Laminador de Chapas Grossas**. Relatório Interno da COSIPA, Maio 1997, 22 p.